

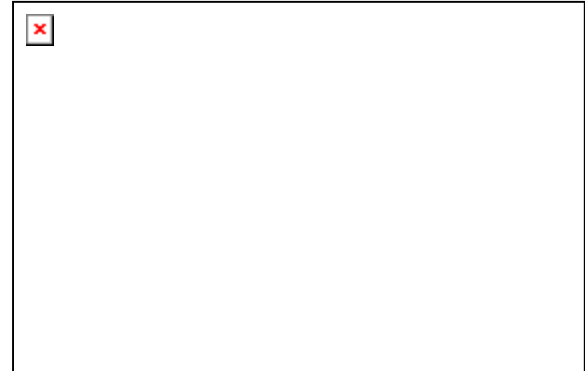
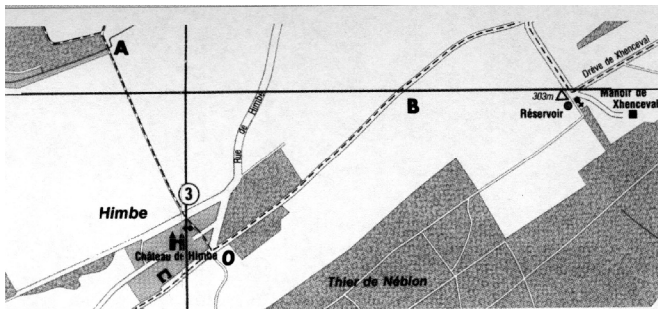
Chapitre 1. Introduction au cours de troisième. Se représenter l'espace.¹

Les notions que nous allons rencontrer dans ce chapitre donnent un aperçu du travail que l'on va poursuivre en troisième année. Elles ne seront pas obligatoirement menées jusqu'au bout, mais seront souvent une première approche avant un approfondissement ultérieur. C'est l'enseignement en spirale.

Dans ce chapitre, nous rencontrerons la notion de projection, courbes de niveau, pente, tangente, représentation graphique de fonctions, interprétation de la pente dans différentes situations, proportions, échelles.

Pente

1. Au vu de la carte 1, aller de O en A ou de O en B semble réclamer le même effort. Observe la carte 2. La réflexion précédente reste-t-elle vraie ? Explique pourquoi et décris alors les deux trajets.



2. Que représente une courbe de niveau ? Quelles informations trouve-t-on sur une carte IGN pour décrire le relief ? Pour t'aider, observe l'extrait de carte IGN suivant.



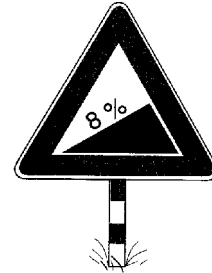
¹ L'essentiel de ce chapitre est inspiré de « Question en question 3 » Hatier.

3. Donne une définition des mots suivants : altitude, dénivelé, équidistance (on trouve ce mot sur les cartes IGN), échelle d'une carte.
4. Les cartes IGN sont faites à partir de photos aériennes prises par satellites (voir google earth). Le relief n'est donc plus visible, celui-ci est projeté verticalement sur un plan. Que penses-tu alors des distances que l'on va mesurer sur la carte (en utilisant l'échelle) et la distance réelle ?

5. Observe ce panneau. Que signifie-t-il ? Imagine plusieurs situations où on pourrait le rencontrer. Dessine le profil d'une route au début de laquelle on pourrait placer ce panneau.

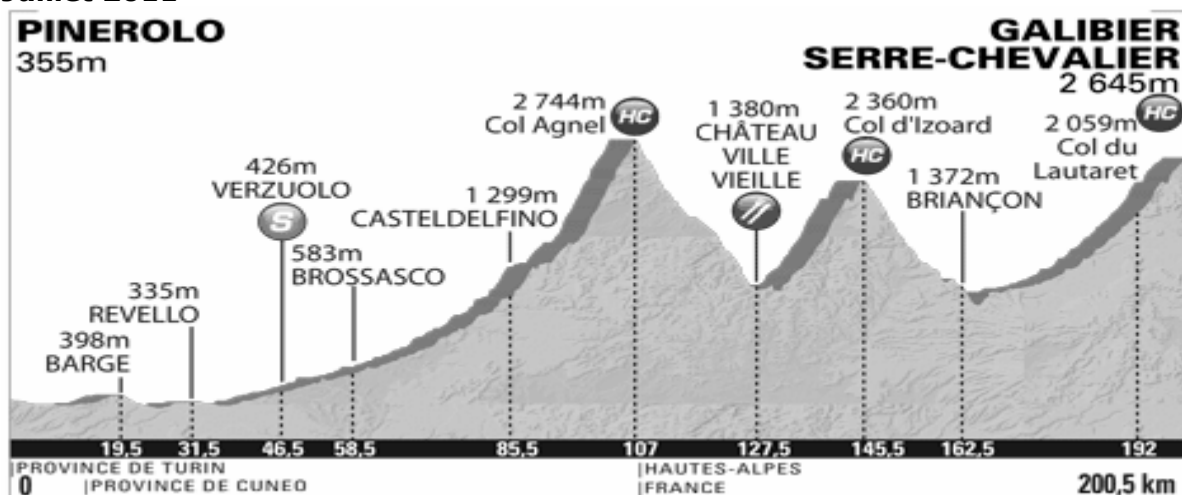
Quelle est la valeur la plus élevée que tu as déjà vu sur ce genre de panneau ?

Et s'il existait un panneau avec la mention 100% écrite dessus, que voudrait-il dire ?



6. Définition de la pente au sens mathématique.

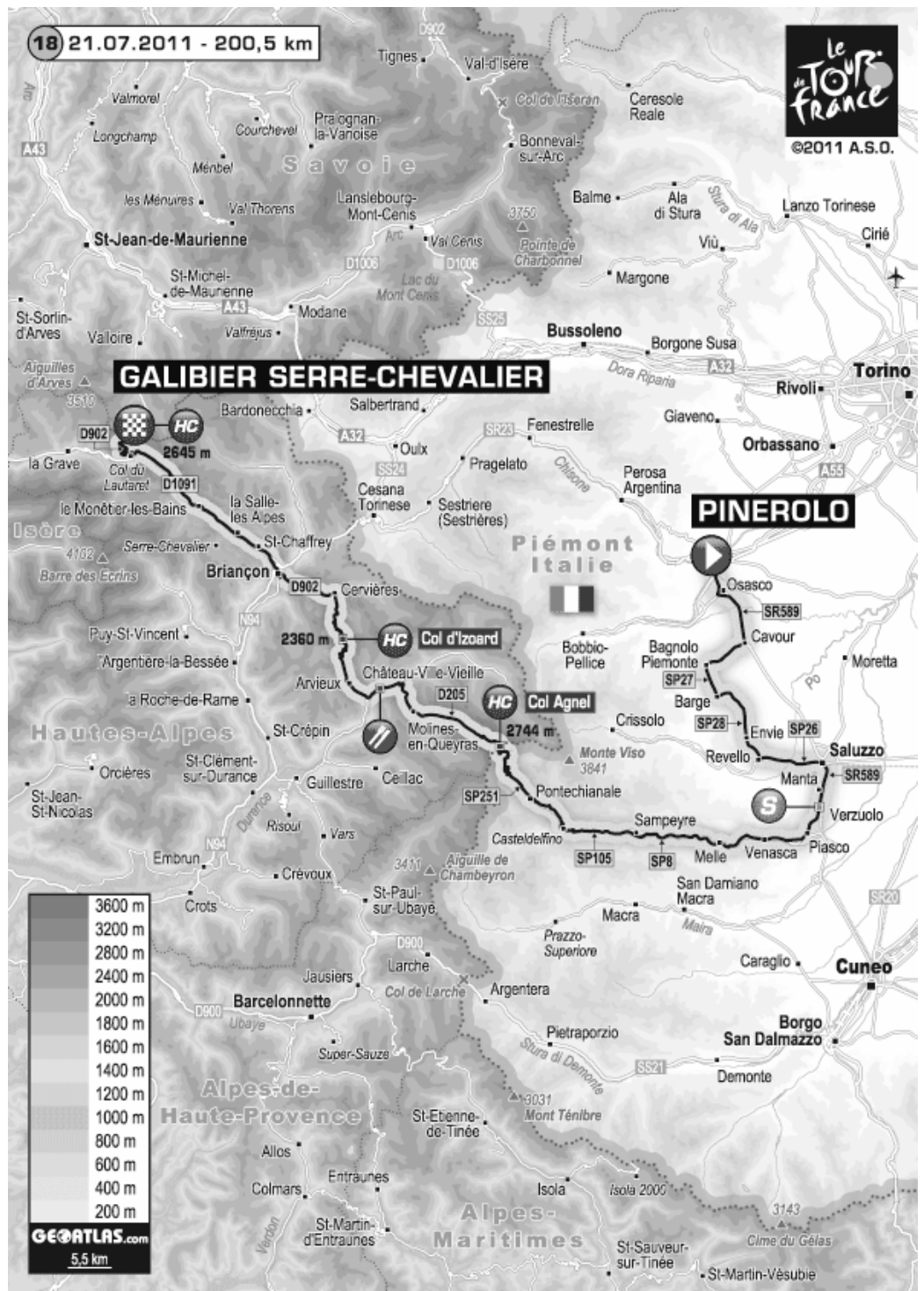
7. Etape 18- Pinerolo/Galibier 21 Juillet 2011 ²



² Ces graphiques sont extraits du site http://www.letour.fr/2011/TDF/COURSE/fr/1800/etape_par_etape.html

L'avis de Jean-François Pescheux : Un record pour un centenaire

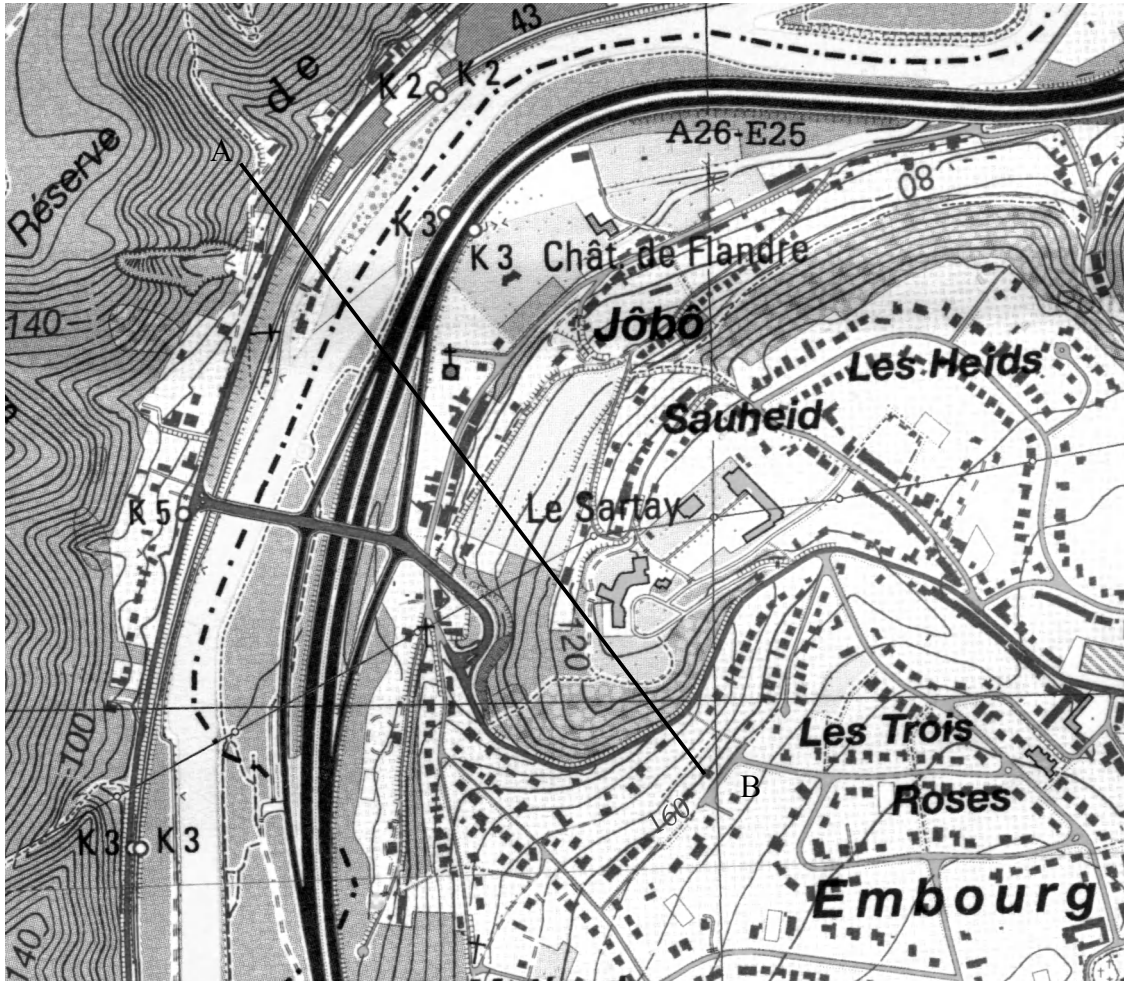
« Retour en France, avec trois très gros cols au menu : Agnel emprunté pour la première fois dans ce sens, Izoard et sa légendaire Casse déserte et Galibier. Ce sera l'occasion de célébrer les cent ans de ce col mythique, puisqu'il fut escaladé pour la première fois par les coureurs du Tour de France en 1911. L'arrivée, située à 2 645 mètres d'altitude, sera d'ailleurs la plus haute de l'histoire de la Grande Boucle. Elle effacera des tablettes celle de 1986, qui s'était terminée à 2 413 mètres au Col du Granon. Ce sera, à coup sûr, l'occasion d'un match entre ceux qui visent la victoire finale, ce jour-là comme celui d'après. Celui qui est en tête du général court le risque de subir une grosse défaillance. »



Les questions :

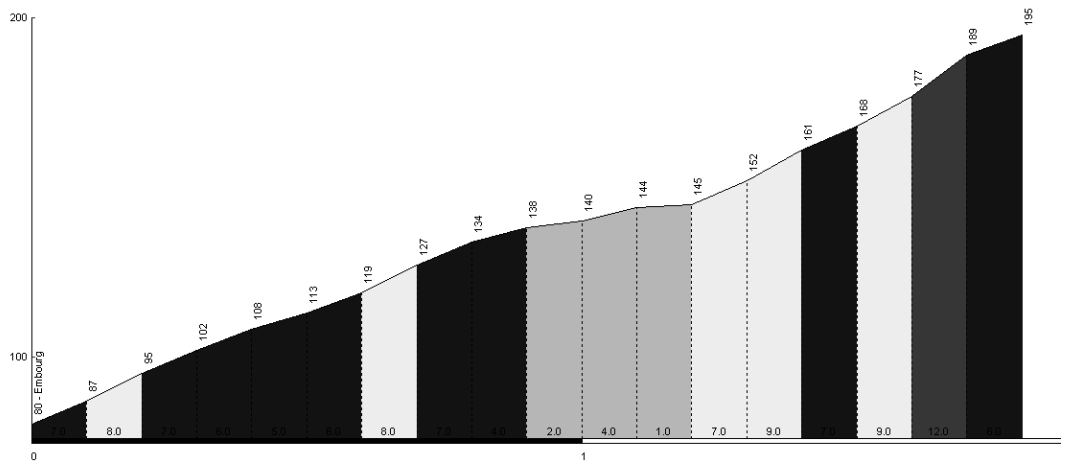
- Observe le profil de l'étape. Quels renseignements donne-t-il ? Que représentent les abscisses et les ordonnées ?
- Calcule la pente du tronçon : Lautaret- Galibier.
- Choisis deux autres tronçons et calcule la pente de chacun d'eux
- Sur la carte de l'étape, il n'y a pas de courbes de niveau. Comment y traduit-on le relief. Avantages et inconvénients ?

8. Observe la carte suivante. Son échelle est de 1/10 000. Qu'est ce que ça veut dire ?
 Essaie de décrire le tracé allant de A à B. En t'aidant des courbes de niveau, dessine le profil de ce tracé. (papier millimétré). Comment repère-t-on rapidement sur la carte les pentes fortes et les faibles ? Compare avec la maquette montrée en classe.



9. Les publications traitant du cyclisme font souvent des classements des côtes rencontrées. Ici, la côte du Sartay. Calcule la pente sur différents tronçons et sa pente moyenne.³

Le Sartay, da Embourg



³ D'autres profils peuvent-être trouvés à l'adresse : <http://www.salite.ch/struttura/>

10. Exercices.

a) Sur une route dont la pente est constante et égale à 8%, on passe de l'altitude 250m à l'altitude 285m. Quel est l'avancement horizontal ? Fais un croquis.

b) Sur une route dont la pente est constante et égale à 12%, l'avancement horizontal est de 2,3km. Quel sera alors le dénivelé ?

c) Quelle est la pente d'un mur vertical ?

d) Sur une carte au 1/25 000, on suit un chemin qui part de la courbe de niveau 125m et qui se termine à la courbe 160m. En mesurant ce trajet, on a trouvé 6cm sur la carte. Quelle est la pente moyenne sur ce trajet ?

Notion de tangente.

1. Plutôt que d'utiliser la notion de pente pour décrire la façon dont une route monte, on aurait pu mesurer l'angle que fait celle-ci avec l'horizontale.

Illustre cela pour une pente de 20% (dessin à l'échelle et mesure de l'angle au rapporteur)

2. Répète cette situation pour différentes pentes et fais un tableau traduisant la relation entre la pente et l'angle. Fais un graphique. Interpole en complétant ton graphique.

3. Que vaut la pente d'un chemin qui forme un angle de 36° avec l'horizon ? Evalue celle-ci grâce à ton graphique.

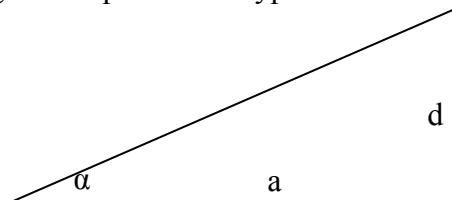
4. Comment utiliser la calculatrice pour calculer une pente quand on connaît l'angle formé par la route avec l'horizontale ?

Comment retrouver l'angle quand on connaît la pente ?

Définition de la tangente d'un angle dans un triangle rectangle.

Dans cette situation, la tangente de l'angle α est égale à la pente de l'hypoténuse du triangle :

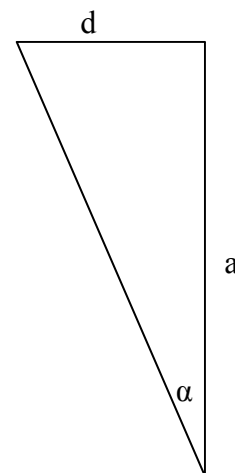
$$tg\alpha = \frac{\text{dénivelé}}{\text{avancement horizontal}} = \frac{d}{a}$$



De manière plus générale.

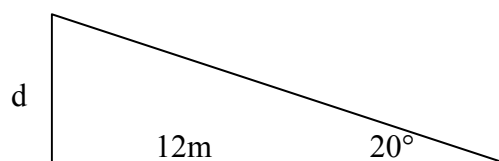
$$tg\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{d}{a}$$

$$\alpha = \arctg \frac{d}{a}$$

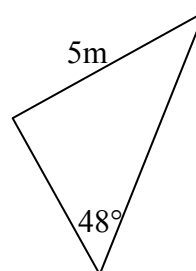


Utilisation.

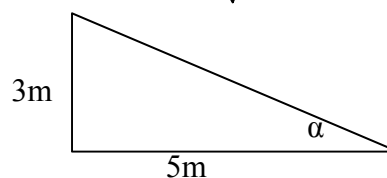
A. Calcul du côté opposé à l'angle :



B. Calcul du côté adjacent à l'angle :

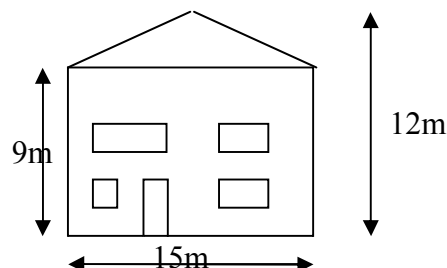


C. Calcul de l'angle : (notion d'arctangente)



Exercices supplémentaires.

1. Quelle est l'amplitude de l'angle que fait le toit avec l'horizontale ?

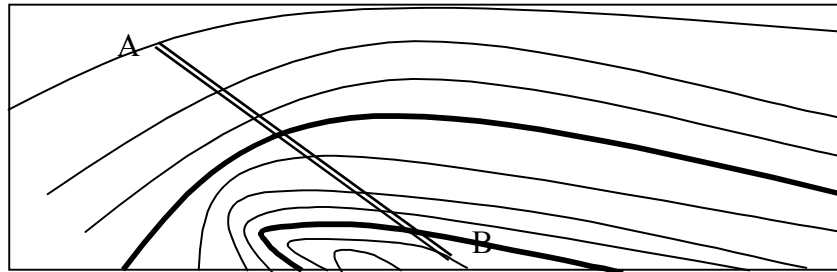


2. Le téléphérique de l'Aiguille du Midi, dans le massif du Mont Blanc, conduit, en un premier tronçon, de Chamonix (1030m) au Plan de l'Aiguille (2310m). La distance horizontale parcourue étant représentée par 85 mm sur une carte au 1 : 25000. Le second tronçon, du Plan de l'Aiguille au sommet de l'Aiguille du Midi (3795m), correspond à une distance horizontale de 98 mm. Sur ce tronçon, il n'y a qu'un seul pylône, au point 3101 (distance horizontale : 75 mm)
Calcule la pente moyenne entre :
a) Chamonix et Plan de l'Aiguille b) Plan de l'Aiguille et point 3101
c) point 3101 et Aiguille du Midi d) Plan de l'Aiguille et Aiguille du Midi
3. Un élève voulant calculer la pente d'un funiculaire s'est trompé et a calculé le rapport entre la distance horizontale et la dénivellation. Il a obtenu 400%. Quelle est la pente réelle ?
4. Même question s'il a obtenu 125%
5. L'ombre d'un poteau vertical planté sur un terrain horizontal mesure 12m. Quelle est la hauteur du poteau si à ce moment les rayons du soleil forment un angle de 25° avec l'horizontale. (Fais un dessin)
6. Au mois de septembre, à midi, le soleil n'est pas au Zénith mais à 76° par rapport à l'horizontale. Calcule l'ombre d'un poteau de 4,2m de haut placé dans les mêmes conditions que dans l'exercice précédent.
7. Quelle est la route la plus pentue ? Celle qui fait 14% ou celle qui fait 14° ?
8. « A 37,5°, ça va bien... pour cette Audi 100 Quattro munie de pneus à clous qui, au main de Harald Demuth, a gravi ce tremplin de ski enneigé d'une inclinaison de

$37,5^\circ$, ce qui représente une pente de 85% ! Cet exploit a été réalisé pour les besoins d'un spot publicitaire. »

Montre que cette publicité est mensongère et rectifie la.

9. Voici une carte à l'échelle 1 :50000. Calcule la pente moyenne pour aller de A à B et fais le profil. La dénivellation entre deux courbes de niveau est de 5m . On considère que ce tracé monte continuellement de A vers B

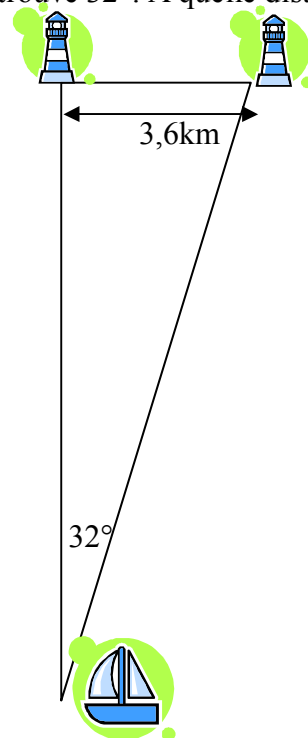


10. . Calcule l'avancement horizontal que l'on fait sur une route qui monte régulièrement sous un angle de $2,5^\circ$ si on passe de l'altitude 526m à l'altitude de 678m.
11. Quelle est l'amplitude de l'angle que fait une route avec l'horizontale si sa pente est de 18% ?

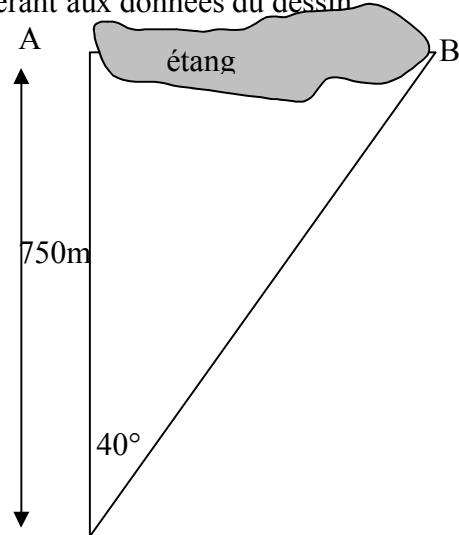
Utilisation de la tangente pour calculer des distances inaccessibles.



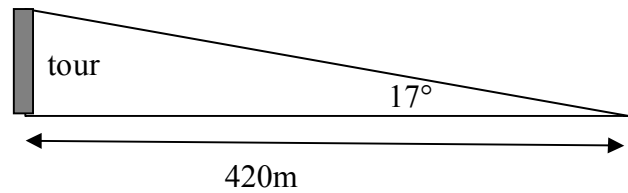
1. Un bateau se dirige droit vers un phare A situé sur la côte. A 3,6 km de ce phare, il y a un deuxième phare B. On mesure, du bateau, l'amplitude de l'angle sous lequel on voit ces deux phares. On trouve 32° . A quelle distance de la côte se trouve le bateau ?



2. Calcule la longueur de l'étang AB en te référant aux données du dessin



3. Quelle est la hauteur de la tour ?



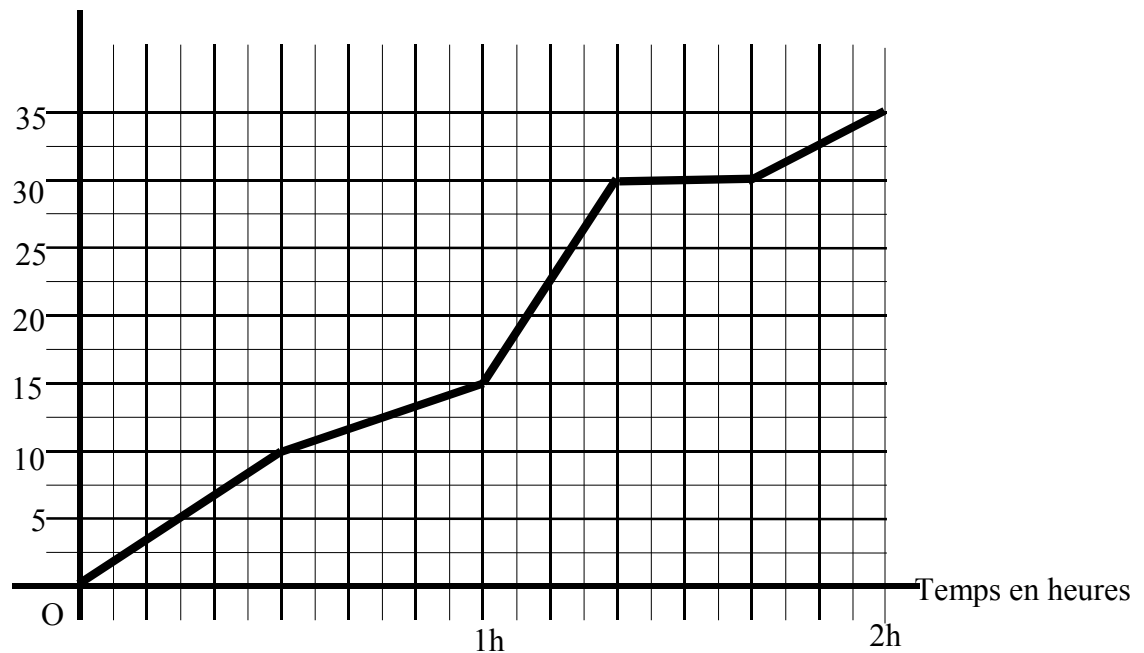
4. Calcule la hauteur du clocher d'une église sachant qu'au moment où les rayons du soleil forment un angle de 36° avec l'horizontale, son ombre est de 48m. (Fais un dessin qui illustre cette situation.)

5. La tour Eiffel mesure 324 m de haut. A quelle distance se trouve-t-on de celle-ci si on la voit entièrement sous un angle de 15° ? (dessin)

Construction de graphique et transfert de la méthode du calcul de pente.

1. Observe le graphique suivant.

Distances en km



- Que représente-t-il ? Imagine une situation concrète qui l'illustrerait.
- Transpose la méthode pour calculer la pente d'une route sur le premier tronçon (les 10 premiers km) En faisant cela, calcule-t-on l'inclinaison de la route ? Est-ce que cela a du sens ? Quelles unités sont en jeu ? Que calcule-t-on alors ? Peut-on traduire en % ?
- Effectue le même calcul sur les autres tronçons.

Conclusions :

2. On remplit un tonneau avec de l'eau (ou du vin !!) et on note la quantité de liquide en fonction du temps. Voici le tableau reprenant ces valeurs.

Temps en minutes	0	2	3	5	6	8	10	12	15	20	25	28	30	32	38	45	50	55
Quantité en litres	0	6	9	15	18	22	26	30	36	46	71	86	96	106	106	106	106	106

- Construis un graphique : abscisses = temps en minutes ordonnées = litres
- Repère les différentes parties de ton graphique et calcule la « pente » pour chacun d'eux. Quelles unités sont en jeu ? Que calcule-t-on en faisant cela ?

Utilisation d'un tableur pour construire un graphique.

La construction d'un graphique point par point est souvent difficile à réaliser par manque de précision. Pour éviter cela, on peut utiliser un tableur.

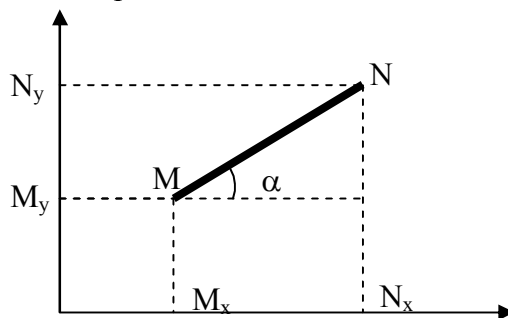
Exercice : Voici les heures de passage annoncées par le journal « l'équipe » pour différents endroits, lors de l'étape du tour de France étudiée plus haut : le col du Galibier.. Encode les dans le tableur et construis un graphique point par point. Choisis les unités appropriées. Calcule la vitesse moyenne des coureurs sur 3 tronçons. Compare ce nouveau graphique avec le profil de l'étape.

Tour de France : 21 juillet 2011	Km parcourus	Heure de passage
Italie		
PINEROLO départ	0.0	11:30
OSASCO (près)	1.5	11:32
Carrefour SR589-SP27	1.5	11:32
Carrefour SP27-VCSP27	2.0	11:33
Carrefour VC-SR589VC	3.5	11:35
GARZIGLIANASR589	4.0	11:36
CAVOUR (SR589-VC-SP155)	9.5	11:45
CUNEO		
BAGNOLO PIEMONTE	15.5	11:54
San Bernardo	18.0	11:58
BARGE (SP27-SP29)	19.5	12:00
San Martino (SP29-SP28)SP29	21.5	12:04
ENVIESP28	27.5	12:13
REVELLO (SP28-SP26)	31.5	12:19
PascheroSP26	33.5	12:22
Carrefour SP26-VC	38.5	12:30
SALUZZO (VC-SR589)VC	38.5	12:30
MANTASR589	43.5	12:38
VERZUOLO (SR589-SP8)	46.5	12:43
PIASCOSP8	50.0	12:48
Borgo Sant'Antonio	53.0	12:53
VENASCA	54.5	12:56
BROSSASCO	58.5	13:02
MELLE	63.5	13:10
FRASSINO	67.0	13:15
Rore (près)	72.5	13:24
SAMPEYRE (SP8-SP105)	74.0	13:26
CalchesioSP105	76.5	13:31
Vilar	79.0	13:35
CASTELDELFINO	85.5	13:45
Rabioux	88.0	13:48
PONTECHIANALE (SP105-SP251)	91.0	13:53
CapoluogoSP251	92.5	13:56
Chianale	96.5	14:02
Col Agnel (2 744 m)	107.0	14:19
FRANCE		
HAUTES-ALPES (05)		
carrefour D205 T-SP251	107.0	14:19
carrefour SP251-D205 T	107.0	14:19

FontgillardeD205 T	117.0	14:35
Pierre-Grosse	119.0	14:38
Carrefour D205 T-D205	119.5	14:38
MOLINES-EN-QUEYRAS (D205-VC-D5)D205	121.0	14:41
Ville-vieille (D5-D947)	126.5	14:50
CHÂTEAU-VILLE-VIEILLED947	127.5	14:51
Château-Queyras	129.0	14:53
Carrefour D947-D902	131.5	14:57
ARVIEUXD902	135.0	15:03
La Chalp	137.0	15:06
Brunissard	138.0	15:07
La Casse Déserte (Stèles Bobet et Coppi)	143.0	15:16
Col d'Izoard (2 360 m)	145.5	15:20
Le Laus	153.0	15:32
CERVIÈRES	155.0	15:34
BRIANÇON (D902-N94-D994 F-D1091)	162.5	15:46
Chantemerle (SAINT-CHAFFREY)D1091	170.5	15:59
LA SALLE LES ALPES	172.0	16:01
LE MONÉTIER-LES-BAINS	178.0	16:11
Le Lautaret (D1091-D902)	192.0	16:33
Col du Galibier (2 645 m)D902	200.5	16:47
GALIBIER-SERRE-CHEVALIER	200.5	16:47

Pente et coordonnées de points.

En mathématique, on considère un segment [MN] dans un repère cartésien ; on parcourt le segment de gauche à droite, dans le sens de l'axe des x . La pente du segment [MN] est donnée par le rapport entre la différence des ordonnées de M et N sur la différence des abscisses de ces deux points.



$$pente = \frac{N_y - M_y}{N_x - M_x}$$

La pente peut donc être interprétée comme le rapport entre le dénivelé et le déplacement horizontal. On peut aussi l'exprimer en %. Exemple : une pente de 4% correspond à une pente de 0.04.

Une pente positive sera interprétée comme une « montée » et une pente négative comme une « descente » !!! Toujours pour un déplacement dans le sens de l'axe des x .

Exercices :

- Quelle est la pente du segment [AB] si les coordonnées de A sont (5,9) et B (8,17) ?
- Même question avec A(-3,-7) et B (-9,12)
- Même question avec A(15,5) et B (-12,5)
- Et dans ce cas ? A (6,5) et B (6,9)